

THÔNG TIN KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU ĐỀ TÀI KH&CN CẤP BỘ

1. Thông tin chung

Tên đề tài: Nghiên cứu cấu trúc một số lớp vành Gorenstein và môđun Cohen-Macaulay

- Mã số: B2022- TNA-25.

- **Chủ nhiệm đề tài:** TS. Trần Đỗ Minh Châu

Email: chautdm@tnue.edu.vn Điện thoại: 0979 846 468

- Cơ quan chủ trì: Đại học Thái Nguyên

Thời gian thực hiện: 24 tháng (từ 01/2022 đến 12/2023, gian hạn thêm 06 tháng, đến 06/2024)

2. Mục tiêu

- Làm rõ được một số vấn đề mở về tính chất, đặc trưng, cấu trúc của vành Gorenstein và một số mở rộng của vành Gorenstein.

- Làm rõ một số vấn đề mở về cấu trúc của môđun chính tắc, môđun Cohen-Macaulay và một số mở rộng của môđun Cohen-Macaulay.

3. Tính mới và sáng tạo

Các kết quả nghiên cứu của đề tài là những kết quả mới về các bài toán quan trọng trong Đại số giao hoán, được công bố trên các tạp chí quốc tế uy tín. Điều này đảm bảo tính mới và tính sáng tạo của đề tài.

4, Kết quả nghiên cứu

1. Một trong công cụ hữu hiệu trong nghiên cứu cấu trúc vành và môđun Cohen-Macaulay, vành Gorenstein và các mở rộng của nó là môđun đối đồng điều địa phương Artin và mối quan hệ qua lại của lớp môđun này qua chuyển phẳng. Vì thế trước hết ta cần làm rõ cấu trúc của môđun Artin qua chuyển phẳng. Đề tài đã đặc trưng tính chất đi lên và đi xuống của môđun Artin qua chuyển phẳng trong trường hợp độ dài vành thứ bằng 1.

2. Đặc trưng tính đi lên và đi xuống của cấu trúc môđun Artin qua chuyển phẳng trong trường hợp tổng quát thông qua bao nội xạ của trường thặng dư của vành cơ sở và môđun đối đồng điều địa phương cấp cao nhất của vành thứ.

3. Làm rõ cấu trúc của môđun tensor của môđun Artin và tính đi lên của môđun Artin qua đồng cấu phẳng địa phương trong trường hợp vành thứ có độ dài hữu hạn.

4. Một lớp mở rộng quan trọng của môđun Cohen-Macaulay là môđun Cohen-Macaulay dãn suy rộng. Đề tài đã đưa ra kết quả mới về đặc trưng của lớp môđun này trong trường hợp vành cơ sở là thương của vành Cohen-Macaulay (một lớp mở rộng của thương của vành Gorenstein). Đặc trưng này thông qua tính bị chặn của hiệu giữa hệ số Hilbert và bậc số học.

5. Sản phẩm

5.1. Sản phẩm khoa học (các bài báo công bố)

5.1.1. Bài báo quốc tế : 02 bài Q2

1. T. D. M. Chau, L. T. Nhan (2024), *Ascent and descent of Artinian module structures under flat base changes*, Comm. Algebra, **52** (08), 3512 – 3520. (SCIE/Q2).

2. N.T.Cuong, N.T.Long, H.L.Truong (2022), *On Hilbert coefficients and sequentially generalized Cohen–Macaulay modules*, J. Algebra Its Appl., **23**(03), 2450055. (SCIE/Q2).

5.2. Sản phẩm đào tạo

- **Hướng dẫn 01 luận văn thạc sĩ:** Nguyễn Thị Hồng (2023), *Môđun nội xạ qua chuyển phẳng hoàn toàn*, Trường Đại Sư phạm, Đại học Thái Nguyên.

- **Hỗ trợ 01 nghiên cứu sinh:** ThS. Nguyễn Xuân Linh, nghiên cứu sinh tại Viện Toán học – Viện hàm lâm khoa học và công nghệ Việt Nam. Tên đề tài luận án: *Thớ hình thức, môđun khuyết và cấu trúc của môđun hữu hạn sinh trên vành địa phương*, Đề tài nghiên cứu sinh tại Viện Toán học.

6. Phương thức chuyển giao, địa chỉ ứng dụng, tác động và lợi ích mang lại của kết quả nghiên cứu

6.1. Phương thức chuyển giao

Công bố được một số kết quả mới, có ý nghĩa khoa học trên các tạp chí quốc tế/ISI uy tín (thuộc chủ đề nghiên cứu của đề tài).

6.2. Địa chỉ ứng dụng

Các trường đại học trong cả nước có đào tạo trình độ đại học, thạc sỹ và nghiên cứu sinh chuyên ngành Toán.

6.3. Tác động và lợi ích mang lại của đề tài

6.3.1. Đối với lĩnh vực giáo dục và đào tạo:

Đề tài đã góp phần đào tạo 01 Thạc sỹ, 01 nghiên cứu sinh chuyên ngành Đại số và lý thuyết số, đóng góp vào sự phát triển giáo dục và đào tạo của Đại học Thái Nguyên và sự phát triển của chuyên ngành Đại số và lý thuyết số. Kết quả nghiên cứu của đề tài là tài liệu phục vụ hiệu quả cho công tác giảng dạy sau đại học các chuyên ngành về Toán tại trường Đại học Sư phạm-Đại học Thái Nguyên; phục vụ nghiên cứu, đào tạo sinh viên, học viên cao học ngành Đại số và lý thuyết số. Đặc biệt bồi dưỡng khả năng nghiên cứu của các giảng viên trẻ, góp phần nâng cao chất lượng, hiệu quả đào tạo và nghiên cứu khoa học của Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên.

6.3.2. Đối với lĩnh vực khoa học và công nghệ có liên quan:

- Kết quả của đề tài là tài liệu tham khảo cho các đơn vị nghiên cứu Toán trên thế giới và trong nước.

- Kết quả nghiên cứu của đề tài được công bố trên các tạp chí khoa học chuyên ngành uy tín và trên tạp chí quốc tế. Đây cũng là cơ hội tốt để mở rộng hợp tác với các trường, trung tâm nghiên cứu ở Việt Nam và nước ngoài.

6.3.3. Đối với phát triển kinh tế - xã hội:

- Đề tài nghiên cứu thành công sẽ có ý nghĩa về kinh tế - xã hội, góp phần đưa

khoa học công nghệ gắn liền với công tác bảo đảm phát triển kinh tế, giáo dục ổn định.

6.3.4. Đối với tổ chức chủ trì và các cơ sở ứng dụng kết quả nghiên cứu:

- *Đối với tổ chức chủ trì, cá nhân tham gia thực hiện đề tài:*

+ Kết quả nghiên cứu của đề tài là tài liệu phục vụ nghiên cứu, đào tạo sinh viên, học viên cao học ngành sư phạm cử nhân hóa học của Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên.

+ Các công trình công bố trong nước và quốc tế sẽ góp phần nâng cao chất lượng nghiên cứu của các giảng viên trẻ, góp phần nâng cao chất lượng, hiệu quả đào tạo và nghiên cứu khoa học của Đại học Thái Nguyên, tiếp cận với trình độ nghiên cứu khoa học của khu vực và thế giới.

- *Đối với cơ sở ứng dụng kết quả nghiên cứu:*

- Nâng cao năng lực nghiên cứu các thành viên trong nhóm thực hiện đề tài, mở rộng hợp tác nghiên cứu.

**MINISTRY OF EDUCATION AND TRAINING
THAI NGUYEN UNIVERSITY**

INFORMATION OF RESEARCH RESULTS

1. General information

Project title: On structure of some Gorenstein rings and Cohen-Macaulay modules

Code: B2022- TNA-25

Project leader: Dr. Tran Do Minh Chau

Email: chautdm@tnue.edu.vn

Phone: 0979 846468

Host institution: Thai Nguyen University

Implementation period: From January 2022 to December 2023 (extra time: 6 months, until 06/2024)

2. Goals

- - Clarify some open problems on properties, structure of Gorenstein ring and some generalizations of Gorenstein rings.

- Clarify some open problems on structure of canonical module, Cohen-Macaulay module and some generalization of Cohen-Macaulay module.

3. Novelty and creativity

The results of the research haven't been proved before and are published in qualified international scientific journals, which ensures the novelty and creativity of the research

4. Research results

1. One of the effective tools in studying ring structures and Cohen-Macaulay modules, Gorenstein rings and their extensions is the Artinian local cohomology modules and the relationship between their structures via flat local extensions. Therefore, first of all we need to clarify the structure of the Artinian modules under flat extensions $\varphi: R \rightarrow S$. The research characterizes the ascent and descent properties of the Artinian modules under flat extensions in the case where the length of ring fiber is 1.

2. Characterize the ascent and descent of the structure of Artinian modules under flat extensions in the general case through the injective envelope of the residual field of the base ring and the top local cohomology module of fiber ring S/mS .

3. Clarifying the structure of the tensor $A \otimes_R S$ of the Artinian R-module A and the ascent of Artinian modules under flat extensions in the case where the length of ring fiber is finite.

4. An important generalization class of Cohen-Macaulay modules is the sequentially generalized Cohen-Macaulay module. The research has presented new results on the characteristics of this class of modules in the case that the base ring is the quotient of

the Cohen-Macaulay ring (an extension of the quotient of the Gorenstein ring). This characteristic is through the boundedness of the difference between the Hilbert coefficient and the arithmetic degree..

5. Products

5.1. Scientific products:

1. T. D. M. Chau, L. T. Nhan (2024), *Ascent and descent of Artinian module structures under flat base changes*, Comm. Algebra, **52** (08), 3512 – 3520. (SCIE/Q2).

2. N. T. Cuong, N. T. Long, H. L. Truong (2022), *On Hilbert coefficients and sequentially generalized Cohen–Macaulay modules*, J. Algebra Its Appl., **23**(03), 2450055. (SCIE/Q2).

5.2. Training products

- Guide to 01 master's theses:

1. Nguyen Thi Hong (2023), *Injective modules under flat extensions*, Master's Thesis, University of Education - Thai Nguyen University.

2. M.S. Nguyen Xuan Linh, PhD at Institute of Mathematics. The title of the research: *Formal fibers, defficiency modules and structure of finitely generated modules over Noetherian local rings*.

6. Method of transfer, application address, impact and benefits of research results

6.1. Transfer method

Published some new and scientifically significant results in prestigious international/ISI journals (related to the research topic of the project).

6.2. Application address

Institutes of research and universities all over the world and our country who are interested in Commutative Algebra.

6.3. Impact and benefits of the project

6.3.1. For the field of education and training:

The project has contributed to training 01 Master and 01 PhD student majoring in Algebra and number theory, contributing to the development of education and training of Thai Nguyen University and the development of Algebra and Number Theory. The research results of the project are documents that effectively serve postgraduate teaching in Mathematics majors at the University of Education - Thai Nguyen University; Serving research and training for students and graduate students in Algebra and number theory. Especially fostering the research abilities of young lecturers, contributing to improving the quality and effectiveness of training and scientific research of the University of Education - Thai Nguyen University.

6.3.2. For relevant science and technology fields:

- The results of the project are reference documents for Mathematics research in the world and in the country.

- Research results of the project are published in prestigious scientific journals and international journals. This is also a good opportunity to expand cooperation with univerities and research centers in Vietnam and abroad.

6.3.3. For socio- economic development:

Successful research topics will have socio-economic significance, contributing to integrating science and technology into the work of ensuring stable economic and educational development.

6.3.4. For the lead organization and research results application establishments:

- For host organizations and individuals participating in implementing the project:

+ The research results of the project are documents to serve the research and training of students and graduate students in pedagogy and bachelor of chemistry at the University of Education - Thai Nguyen University.

+ Domestic and international published works will contribute to improving the research quality of young lecturers, contributing to improving the quality and effectiveness of training and scientific research of Thai Nguyen University, reaching with regional and world scientific research levels.

- For the basis of applying research results: Improve research capacity of project implementation team members, expand research cooperation.